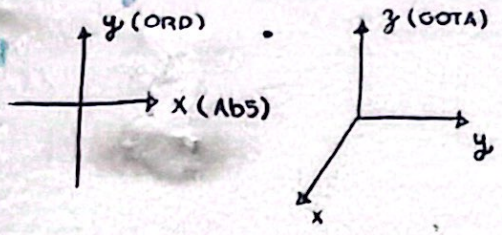
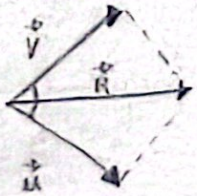
Álgebra Linear



- Epipolentes = mesma D ou S
- Sentido = (E/D) = Reta dos V.
- Direção = (H/V) = tg θ
- Módulo = $|\vec{A}|$ ou A
- $\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A}$
- Vetor unitário = módulo 1
- Versores: versa $(\vec{v}) = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$
- Módulo: $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- Colineares: são paralelas ou têm a mesma direção.
- Coplanares: mesmo plano, duas vetores sempre são.
- Ortogonais: formam 90° $\} \vec{u} \perp \vec{v}$

REGRA DO PARALELOGRAMO:

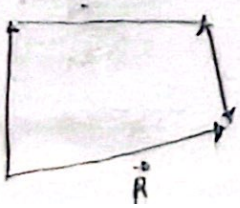
↳ 2 vetores ou um d



REGRA DO POLÍGONO:

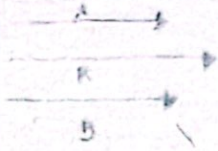
↳ Várias vetores

↳ Origem do 1º até a extremidade do vetor.



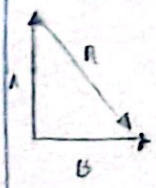
ÂNGULO =

- θ = 0°



$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

- θ = 90°



$R^2 = A^2 + B^2$

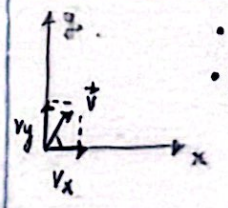
- θ = 180°

$R = \vec{A} - \vec{B}$

- θ = 120°

$\vec{R} = \vec{A} = \vec{B}$

DECOMPOSIÇÃO VET:



- $x = \vec{i}$
- $y = \vec{j}$
- $V_x = V \cdot \cos\alpha$
- $V_y = V \cdot \operatorname{sen}\alpha$
- α representa a direção do vetor

Produto Vetorial

PRODUTO ESCALAR:

↳ 0 = ortogonais

↳ Resultado vaxi um número

↳ $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

↳ Trabalho

- $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos\theta$ (J)
- W = 0 (nulo)
- W > 0 (motor)
- W < 0 (Resistente)

↳ Ângulo entre dois vetores:

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\theta$
- $\cos\theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ sendo $\theta \leq 180$

- $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0 \therefore$ θ é agudo ou nulo
  ↳ < 90°
- $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0 \therefore$ θ é obtuso ou raso
  ↳]90, 180[ou 180
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \therefore$ ortogonais

PRODUTO VETORIAL:

↳ 0 = colineares

↳ Resultado vaxi um vetor

↳

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

↳ É simultaneamente ortogonal a $\vec{u}$ e $\vec{v}$

↳ Exemplos

- $\tau = \Delta\vec{r} \cdot \vec{F}$ (N·m)

↳ Ângulo entre 2 vet:

$|\vec{u} \cdot \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \operatorname{sen}\theta$

↳ Área do paralelogramo:

$A = |\vec{u} \cdot \vec{v}|$

↳ Área do triângulo:

$A = \frac{1}{2} \cdot |\vec{u} \cdot \vec{v}|$

Scanned with CamScanner

PRODUTO MISTO :

É nulo quando :

- Um vetor é nulo
- Dois vetores são paralelos
- 3 vetores são coplanares.

↳ $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$

↳ $\emptyset$ = coplanar

↳ Volume do paralelepípedo:

$V_p = |(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})|$

↳ Volume :

$V_T = \frac{1}{6} \cdot V_p$

Equação da reta

↳ PRECISA DE UM PONTO E UM VETOR

- $m = tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- Tipos de equações:

↳ VETORIAL = $P = A + T\vec{v}$

$(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + T \cdot (a, b, c)$

↳ PARAMÉTRICAS =

$\begin{cases} x = x_1 + aT \\ y = y_1 + bT \\ z = z_1 + cT \end{cases}$ $T \in \mathbb{R}$

(x_1: P; a: V.D)

↳ SIMÉTRICAS =

$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$

(x_1, y_1, z_1: P; a, b, c: V.D)

↳ REDUZIDAS =

- $\begin{cases} y = mx + n \\ z = px + q \end{cases}$

$P(0, n, q)$ PONTO $\rightarrow (x; y; z)$

$\vec{v}(1, m, p)$ V. DIRETOR

- $\begin{cases} x = my + n \\ z = py + q \end{cases}$

$P(n, 0, q)$

$\vec{v}(m, 1, p)$

- $\begin{cases} x = mz + n \\ y = pz + q \end{cases}$

$P(n, q, 0)$

$\vec{v}(m, p, 1)$

O plano paralelo um R está um S também.

↳ CONCORRENTES : $\vec{v_1} \neq k \cdot \vec{v_2}$;

$(\vec{v_1}, \vec{v_2}, \overrightarrow{A_1 A_2}) = 0$

↳ Produto misto = 0 (coplanares)

p/ não ser paralelas

↳ REVERSAS : $\vec{v_1} \neq k\vec{v_2}$;

$(v_1, v_2, A_1 A_2) \neq 0$

↳ não são coplanares

↳ ORTOGONAIS : $v_1 \perp v_2 = 0$

↳ PERPENDICULAR.

- Se uma das componentes dos vetor forem nulas, a reta é paralela à algum plano;

Se $a = 0$

$\vec{v} = (0, b, c) \perp x$

$r \parallel$ plano yz

- Se duas componentes forem nulas:

Se $b = c = 0$

$\vec{v} = (a, 0, 0) \parallel$ eixo x

$r \parallel$ eixo x ou $r \perp$ plano yz

- COPLANARES = $(v_1, v_2, A_1, A_2) = 0$

- Quando for perpend. a reta é nula ou não.

ÂNGULO ENTRE DUAS RETAS :

- $0 \leq \theta \leq \pi/2$

- Nunca ângulo formado pelas vetores diretores dos 2 retas ;

$\cos(\theta) = \frac{|\vec{v_1} \cdot \vec{v_2}|}{|\vec{v_1}| \cdot |\vec{v_2}|}$

Tipos de retas :

↳ PARALELAS : $\vec{v_1} \parallel \vec{v_2}$; $\vec{v_1} = k \cdot \vec{v_2}$;

não são V.D iguais mas são paralelas ou não apenas existe um ponto da reta R nesse ponto não pela outra reta S.

↳ COINCIDENTES ou IGUAIS : $\vec{v_1} = \vec{v_2}$

e $\vec{A} = k \cdot \vec{v_2}$

Formulas

$R_2 = y - y_0 = m(x - x_0)$

$R_3 = P = A + T\vec{v}$

↳ A = ponto

↳ V = V. diretor

↳ T = comum.

- $\vec{C} = \vec{AR} \cdot \vec{F}$
- $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$
- $\vec{v} = \frac{(\vec{v})}{|\vec{v}|}$
- $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $\cos = \frac{|v_1 \cdot v_2|}{|v_1| \cdot |v_2|}$

Equação do plano:

$ax + by + cz = d$

Scanned with CamScanner

FORMAS DE REPRESENTAR A eq DE RETA:

• O vetor diretor é ortogonal a um dos eixos coordenados e a reta é paralela ao plano dos outros dois eixos:

↳ a = 0

$\vec{v} = (0, b, c) \perp$ eixo x

R // yz

$$\begin{cases} \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c} \\ x = x_1 \end{cases}$$

↳ b = 0

$\vec{v} = (a, 0, c) \perp$ eixo y

R // xz

$$\begin{cases} \frac{x - x_1}{a} = \frac{z - z_1}{c} \\ y = y_1 \end{cases}$$

• O vetor diretor tem a mesma direção de um dos vetores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Ou seja é // a um dos eixos

↳ a = b = 0

$\vec{v} = (0, 0, c) //$ eixo z

R // eixo z

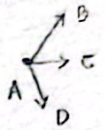
R $\perp$ plano xy

$$\begin{cases} x = x_1 \\ y = y_1 \\ z = z_1 + c \cdot t \end{cases}$$

• Verifique se os pontos A (1, 2, -4), B(-1, 0, -2), C(0, 1, 1) e D(2, 5, 3) estão no mesmo plano:

↳ É muito quando 3 ou + vetores são coplanares

↳ Produto misto ↳ Ver um ponto



$(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}) = 0$

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & -6 \\ -1 & -1 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

B - A = (-2, -2, -6)

C - A = (-1, -1, -3)

D - A = (1, 3, -1)

Logo, coplanares //

• Encontrar a eq. de reta que passa pelo ponto A (1, 1) e coef. $\alpha = 1$

• $y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$ $\quad m(x_2 - x_1) = y_2 - y_1$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad 1(x - 1) = y - 1$

$x - 1 = y - 1$ //

• Encontrar uma equação vetorial e as equações paramétricas da reta R que passa pelo ponto A (1, 2, -3) e é paralela ao vetor $\vec{v}(4, -5, 1)$

• Eq $V = P = A + t\vec{v}$

$(x, y, z) = (1, 2, -3) + t \cdot (4, -5, 1)$ //

• Eq. P =

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 + t \end{cases} //$$

• Vetorial, reduzida da reta R em função da variável x que passa pelo ponto A (1, 2, -4)

Exercícios

• Determine um vetor unitário ortogonal aos vetores $\vec{u}(2, -6, 3)$ e $\vec{v}$ (4, 3, 1) e unitário:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -6 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -15\hat{i} + 10\hat{j} + 30\hat{k} //$$

• versor $(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \left(-\frac{15}{35}, \frac{10}{35}, \frac{30}{35}\right) //$

$|\vec{u} \cdot \vec{v}| = \sqrt{15^2 + 10^2 + 30^2} = 35$

Scanned with CamScanner

Álgebra linear

• **ÂNGULOS DIRETORES: (α, β, γ)**

para encontrar seus ângulos diretores de um vetor, você deve calcular seus ângulos entre os vetor e cada um dos eixos (x, y, z)

↳ I. MÓDULO ↳ II. COSSENO DOS ÂNGULOS ↳ III. ARCCOS

↳ Ex: $\vec{v} = \vec{i} - \vec{k}$

$\vec{v} = (1, 0, -1)$ I. $|\vec{v}| = \sqrt{1^2+0^2+1^2} = \sqrt{2}$

↳ cos $\alpha = \frac{v_x}{|\vec{v}|}$

II. cos $\alpha = \frac{v_x}{|\vec{v}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{arccos}} 45° = \frac{\pi}{4}$

II. cos $\beta = \frac{v_y}{|\vec{v}|} = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0 = 90° = \frac{\pi}{2}$

II. cos $\gamma = \frac{v_z}{|\vec{v}|} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} = 315°$

• Os ângulos diretores são:
$45°, 90°, 315°$ //

• **RETA ORTOGONAL AO EIXO ⇒**

↳ Em um espaço tridimensional, encontrar os vetor diretor, depois calcular o produto escalar entre os vetor diretor e o vetor unitário do eixo:
• Ex: eixo y: $(0,1,0)$ → ↳ 0

• **RETA ORTOGONAL AO PLANO ⇒**

↳ Encontrar o vetor diretor, e seus pontos. Calcule o prod. escalar entre os vetor diretor e os vetor normal ao plano
- Ex: plano xy: $\vec{v}: (0,0,1)$ → 0 → $\vec{k}$ //

• **RETA PARALELA AO EIXO ⇒**

↳ Vetor diretor, pontos. Para que seja paralela ao eixo, o vetor diretor da reta deve ser paralelo ao vetor diretor do eixo
• V_D DO EIXO x: $(1,0,0)$
($V_{\ldots} = K$ $V_{\ldots} =$

• **DETERMINAR SE UM PONTO PERTENCE AO PLANO ⇒**

↳ Encontrar a eq. geral do plano:
$ax + by + cz = d$
↳ Substituir nos pontos em x, y, z
↳ Verifique as igualdades.

• **RETA PARALELA AO PLANO ⇒**

↳ Eq. geral do plano, sendo a, b, c, são os vetor normal do plano
↳ $\vec{v}_D$ da reta
↳ A reta é paralela se o $\vec{v}_D$ da reta e o $\vec{v}_N$ do plano por meio do prod. escalar, encontrarem um 0.

• **VETOR ORTOGONAL AO PLANO ⇒**

↳ Eq. geral do plano
↳ $\vec{v}_N$ do plano
↳ Pode verificar se vetor ortogonalidade calculando o prod. escalar entre o vetor e o vetor normal ao plano. ↳ 0

• **DOIS PLANOS SÃO ORTOGONAIS ⇒**

↳ Eq. geral dos planos
↳ vetores normais
↳ Prod. escalar = 0

Scanned with CamScanner

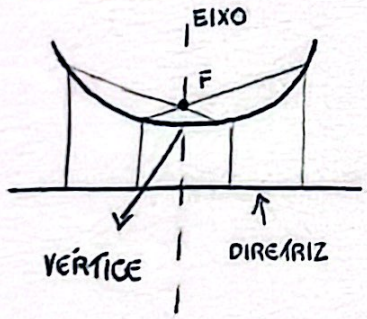
Álgebra linear

Tipos de planos	Notação	Condição
• Paralelos	$\pi_1 // \pi_2$	$\vec{n_1} // \vec{n_2}$; $\vec{n_1} = k.\vec{n_2}$
• Coincidentes	$\pi_1 = \pi_2$	$\vec{n_1} // \vec{n_2}$; $\vec{n_1} = k.\vec{n_2}$ e $A_1 \in \pi_2$
• Secantes		$\vec{n_1} \neq k\vec{n_2}$
• Perpendiculares	$\pi_1 \perp \pi_2$	$\vec{n_1} \perp \vec{n_2}$; $\vec{n_1} . \vec{n_2} = 0$

Tipos de posição	Notação	Condição
R paralela ao P	$R // P$	$\vec{v} \perp \vec{n}$; $\vec{v} . \vec{n} = 0$ e $A_R \notin \pi$
R contido no P	$R \subset \pi$	$\vec{v} \perp \vec{n}$; $\vec{v} . \vec{n} = 0$ e $A_R \in \pi$
R secante ao P		$\vec{v} \perp \vec{n} \neq 0$
R perpendic. ao P	$R \perp \pi$	$\vec{v} // \vec{n}$; $\vec{v} = k.\vec{n}$

Parábola

• Parábola ⇒



↳ Foco F : y ⇒ B/C

↳ Reta diretriz : x ⇒ D/E

↳ Vértice = ponto de interseção da parábola com o eixo de simetria.

↳ Parâmetro $p \in \mathbb{R}^+$ ∴ $d(F,d) = p$

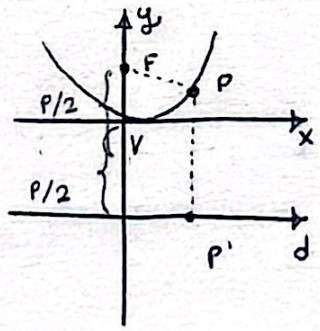
↳ Eixo de pa = passa pelo foco e é $\perp D$.

Equações ⇒

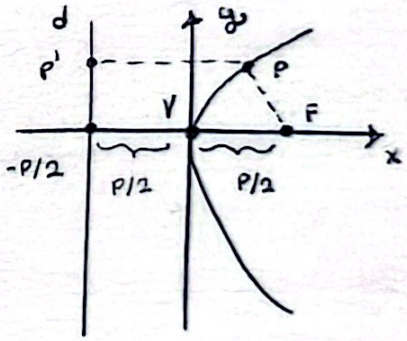
↳ Vértice V(0,0)

Eixo y :	Eixo x :
$x^2 = 2py$	$y^2 = 2px$
↳ B/C	↳ D/E

Eixo de S - Eixo y



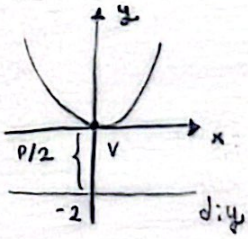
Eixo de S - Eixo x



• Determine a equação da parábola, V(0,0) e a reta d :

$y = -2$ ∫ eixo de S : eixo y

• $\frac{p}{2} = 2$ $p = 4$



• $x^2 = 2py$

$x^2 = 2 \cdot 4 \cdot y$

$x^2 = 8y$ //

↳ Vértice V(x₀, y₀)

Eixo de S é paralelo ao y :

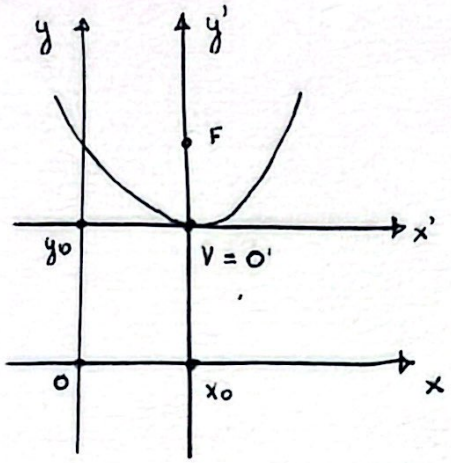
$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$

// eixo x :

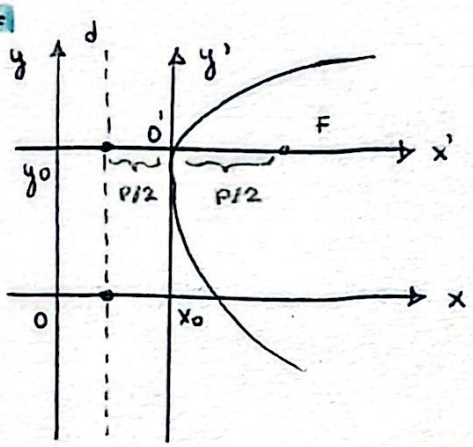
$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$

Scanned with CamScanner

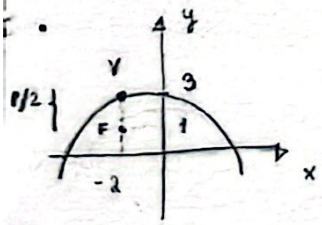
• $y =$



$x =$



• determinar a equação da parábola $V(-2,3)$ e foco $F(-2,1)$



$\frac{P}{2} = 2 \quad P = 4 \quad \cap = -4 \quad \cup = 4$

$\cdot\ x^2 = 2py$

$(x - x_0)^2 = 2p \cdot (y - y_0)$

$(x - (-2))^2 = 2 \cdot (-4) \cdot (y - 3)$

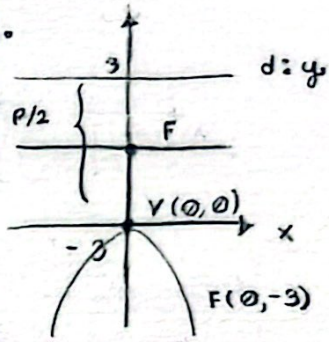
$x^2 + 4x + 4 = -8y + 24$

$x^2 + 4x + 8y - 20 = 0$ //

• determine os vértice e os foco;

a) $x^2 = -12y$ } eixo y → $x^2 = 2py$ $\quad V(0,0) = \exists/c$

• $P = -12 \quad P = -6 \quad P = -3$ //



b) $y^2 + 4y + 16x - 44 = 0$ } eixo x = D/E

• $(a+b)^2 = \sqrt{a^2} + 2ab + \sqrt{b^2}$ $\quad y^2 = 4 \quad y = 2$

$a + 2ab + b \quad 2y = 4 \quad y = 2$

$y^2 + 4y + 4 - 4 + 16x - 44 = 0$

$(y+2)^2 + 16x - 48 = 0$ $\quad \cdot\ 2p = -16$

$(y+2)^2 + 16(x-3) = 0$ $\quad P = -8$

$(y+2)^2 = -16 \cdot (x-3)$ $\quad \frac{P}{2} = -4$ //

$(y - y_0)^2 = 2p \cdot (x - x_0)$

• $V(3,-2)$ //

• Elipse ⇒

• Quadrado perfeito ⇒

↳ $N \cdot N = a$ ou $N^2 = a$

↳ a = um número quadrado perfeito

↳ Um número natural (inteiro positivo) cuja raiz quadrada é também um número natural (inteiro positivo)

↳ $\sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{49} = 7 \ldots$

↳ A figura quadrada é a figura que possui seus lados com a mesma medida

↳ $(x+K)^2 = x^2 + 2Kx + K^2 = (x+K) \cdot (x+K)$

↳ $x^2 + 16x + 64 = 0 \quad \therefore 2K = 16 \quad K = 8 \quad \therefore K^2 = 64 \quad K = 8$

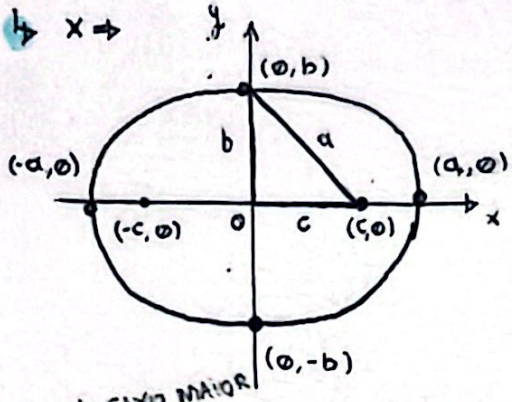
$(x+8)^2 = 0 \quad x + 8 = 0 \quad x = -8$

Scanned with CamScanner

• Elipse ⇒

↳ Deitado usei do pé

↳ X ⇒



↳ EIXO MAIOR

↳ Focos ; F_1 e F_2

↳ Dist. focal ; 2C entre os focos

↳ Centro ; ponto médio F_1 e F_2

↳ Eixo menor ; B_1 e B_2

↳ Eixo maior ; A_1 e A_2

↳ Vértices ; A_1, A_2, B_1, B_2

↳ Excentricidade : $e = \frac{c}{a}$ $0 < e < 1$

↳ MAIS ACHATADA OU MAIS GORDINHA

↳ ↑E = ACHATADA ○ ↓E = ○

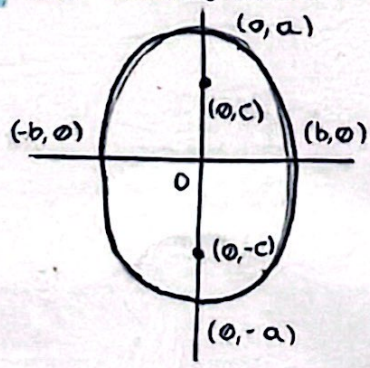
↳ $a^2 = b^2 + c^2$

↳ Eixo maior paralelo ao eixo X :

C(0,0)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

↳ Eixo maior paralelo ao eixo y :



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

↳ C(x0, y0)

Eixo maior é paralelo ao eixo X :

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

// y :

$$\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1$$

• Determinar a equação da elipse com C(0,0) e com focos $(0, -\sqrt{5})$. Eixo menor = 4

x y menor

• $2b = 4$ $b = 2$

• $c = \sqrt{5}$

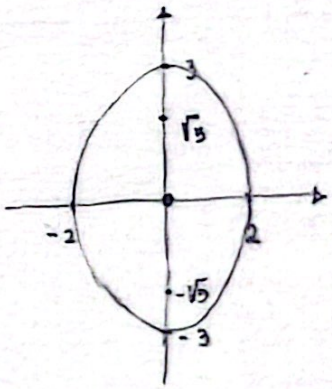
• $a^2 = b^2 + c^2$

$a = 3$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{9x^2 + 4y^2}{36} = \frac{36}{36}$$

$9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$ //



• Circunferência ⇒

↳ CENTRO (0,0)

$x^2 + y^2 = R^2$

↳ CENTRO (x_0, y_0)

$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$

• Escrever a equação dada na forma reduzida, determinando o valor do raio e as coordenadas do centro da cônica $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$.

• $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$

↳ $x^2 - 4x$ ∴ $2k = -4$ $k = -2$ $k^2 = 4$

↳ $x^2 - 4x + 4 - 4$

↳ $y^2 - 6y$ ∴ $2k = -6$ $k = -3$ $k^2 = 9$

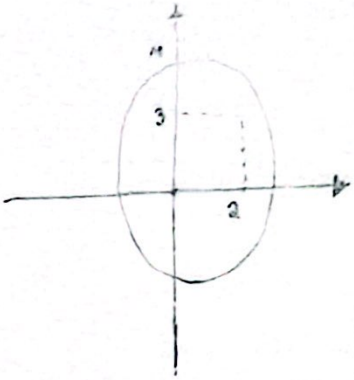
↳ $y^2 - 6y + 9 - 9$

Scanned with CamScanner

• $x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 - 6y + 9 - 9 - 3 = 0$

$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

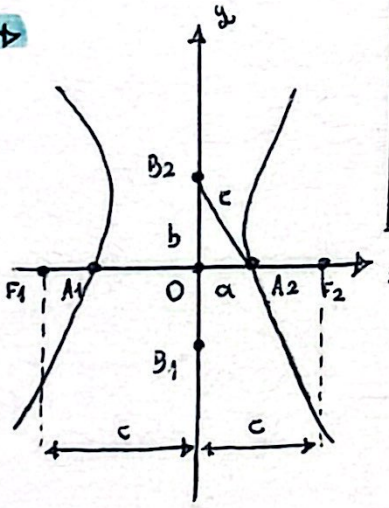
$x = 2 \quad y = 3 \quad R = 4$



• Hipérbole ⇒

↳ $|d(P,F_1) - d(P,F_2)| = 2a$

↳



↳ 2 focos

↳ dist focal = 2c

↳ Centro = P_M C

↳ Vértices A_1 e A_2

↳ Eixo real ou transverso : A_1A_2

↳ Eixo Imag ou conjugado : B_1B_2

↳ Excentricidade $e = \frac{c}{a}$ (AGHA1 OU + ABERTA) $e > 1$

↳ $c^2 = a^2 + b^2$

↳ Equilátera $a = b$

↳ Assíntotas ⇒ Retas que contém as diagonais do retângulo de

que a hipérbole vai aproximar cada vez + à medida que seus pontos se afastam dos focos.

↳ Eixo real H : $m = \pm \frac{b}{a}$

↳ Eixo real V : $m = \pm \frac{a}{b}$

↳ Centro (0,0)

• Eixo real está contido no eixo x.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

• y.

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

↳ Centro (x_0, y_0)

• x

$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

• y

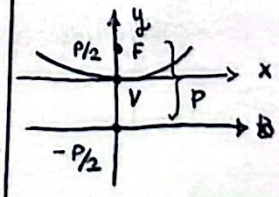
$\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$

Resumo

Pontos importantes :

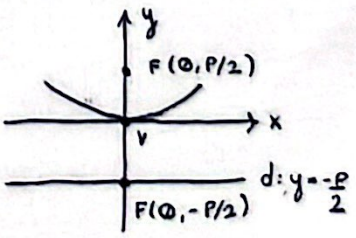
- V(0,0) = centro (0,0)
- C(2,3) = $x_0 = 2$ $y_0 = 2$
- C = FOCO 2C = DIST. FOCAL
- Foco = dentro da parab
- DIR = y eq $G = x$
- DIR = y = B/C
- DIR = P/ TRÁS DA PARAB
- DIR ⊖ = eq ⊕

↳ Parábola ⇒



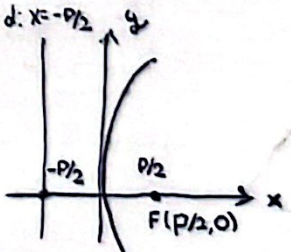
- distância do ponto (foco) ao vértice é igual a dist. do vértice a reta d.
- Parâmetro : d(F,d) = P

• Vértice (0,0)



↳ $x^2 = 2py$ } D/C

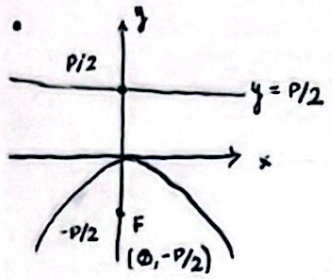
d: y



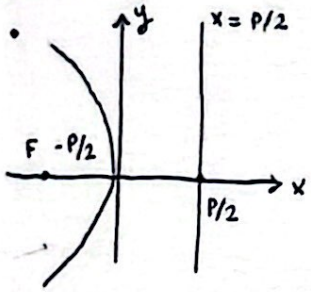
$y^2 = 2px$ } D/E

d: x

- DIR VERT : DIR x
- DIR HORIZ : DIR y



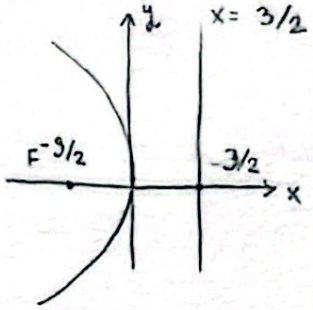
$x^2 = -2py$



$y^2 = -2px$

- $y^2 = -6x$ } DIR
  ↳ $y^2 = -2px$

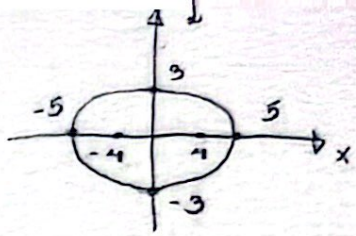
$P = 3 \therefore \frac{3}{2}$



$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}$

$a^2 = 25 = 5$

$b^2 = 9 = 3$



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

↳ EIXO MAIOR HORIZ.

$a^2 = b^2 + c^2$

$6 = 4$

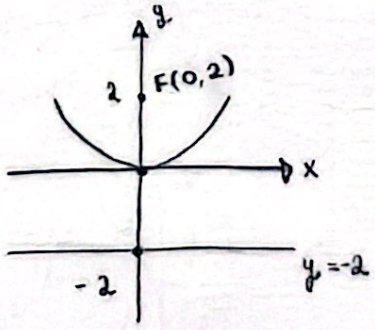
- DIST FOCAL = 8
  EIXO MAIOR = 10
  EIXO MENOR = 6

$e = \frac{c}{a}$ $e = \frac{4}{5}$

Elipse ⇒

- DIST sempre 2a
- DIST PONTO a F_1 + DIST PONTO a F_2 = 2a
- DIST. FOCAL = 2c
- EIXO MAIOR = 2a
- EIXO MENOR = 2b
- VÉRTICES : A_1, A_2 e B_1, B_2
- EXC = $\frac{c}{a}$ 0 < e < 1
- $a^2 = b^2 + c^2$

- PARÂM = 4 } 2 P/ CIMA 2 P/ BAIXO

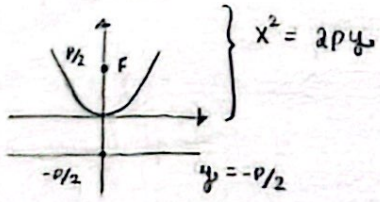


$x^2 = 8y$ // } D/G
$D = y$

- PARÂM = 4. FOCO y ; CONC P/ CIMA ⇒ V(0,0)

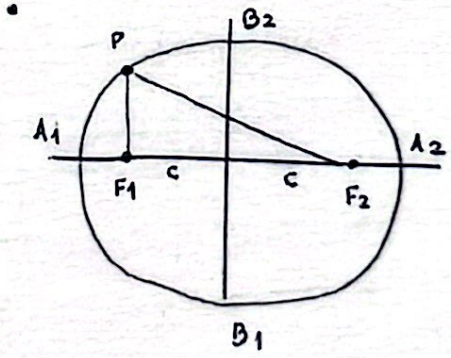
CIMA = ∪ BAIXO = ∩

FOCO y ⇒

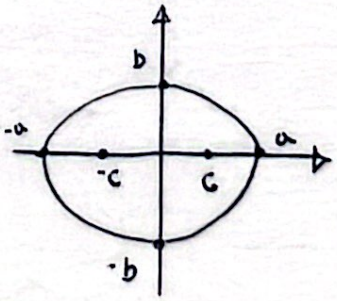


$x^2 = 2py$

÷2



- centro na origem (0,0)

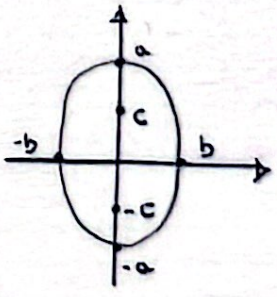


EIXO MAIOR = HORIZ

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$



EIXO MAIOR = VERT

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$F_1(0, -c)$

$F_2(0, c)$

Scanned with CamScanner

• $9x^2 + 4y^2 = 36$

DIVIDE POR 36

$\frac{9x^2}{36} + \frac{4y^2}{36} = 1$

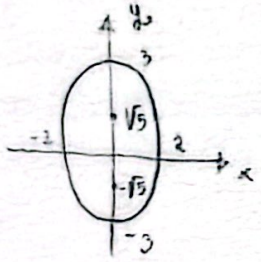
$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

$a^2 = 9 \quad a = 3$

$b^2 = 4 \quad b = 2$

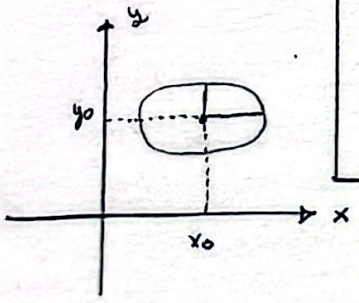
• $\left.\begin{matrix} \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} \end{matrix}\right\}$ EIXO M. V

$c = \sqrt{5}$

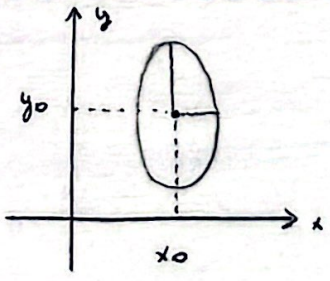


• DIST FOCAL = $2\sqrt{5}$

• centro (x_0, y_0)



$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$



$\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1$

• $\frac{(x-4)^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$

$a^2 16 \quad 4$

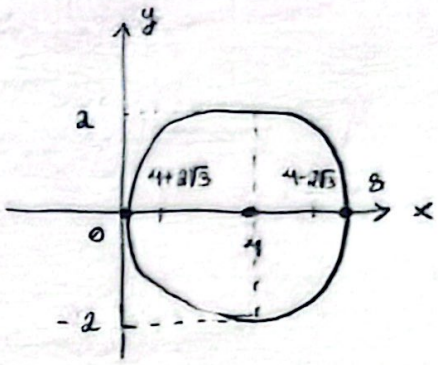
• $a^2 = 16 \quad a = 4$

$b^2 = 4 \quad b = 2$

• $C(4, 0)$

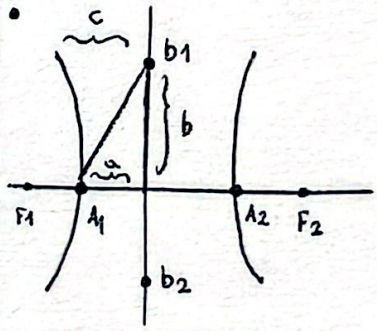
↳ $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

$c = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$



Hipérbole ⇒

• $|P_{F1} - P_{F2}| = 2a$



• EIXO REAL = $2a$

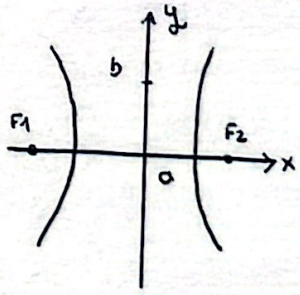
• EIXO IM. CONJ = $2b$

• DIST FOCAL = $2c$

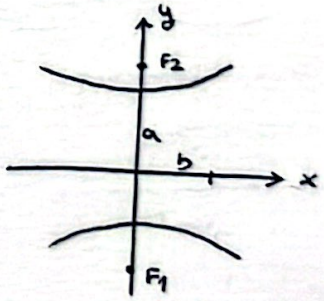
• $e = \frac{c}{a} \quad e > 1 \quad \cdot F_1 = \Theta$

• $c^2 = a^2 + b^2$

• centro $(0,0)$



$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



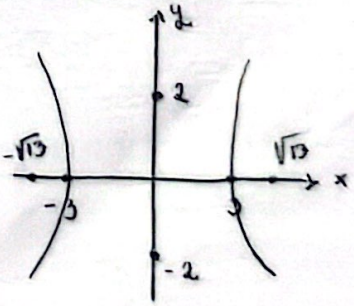
$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

• $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

• $a^2 = 9 = 3$

$b^2 = 4 = 2$

$c = \sqrt{13}$



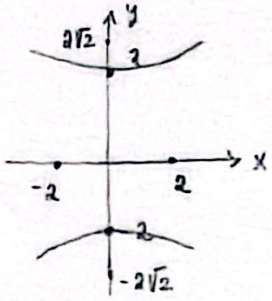
Scanned with CamScanner

• $y^2 - x^2 = 4$

$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 1$

$a = 2 \quad b = 2$

$G = 2\sqrt{2}$



ou $\omega \perp \vec{u}, \vec{v}$; $\omega = K.(u \cdot v)$

↳ PROD VETORIAL (u.v)

↳ TIRA O MÓDULO DISSO

↳ APLICA : $\vec{a} = \frac{u \cdot v}{|u \cdot v|} \cdot M$

• Área do PARALELOGRAMO :

$A_p = |u \cdot w|$ ∴ PROD. VETORIAL (u. a)

• VOLUME DO PARALELEPÍPEDO

$V_p = |u \cdot v \cdot w|$ ∴ PROD. ESCALAR (u. v)

• ÂNGULOS DIRETORES

↳ Módulo do vetor ↳ Acho os vetores

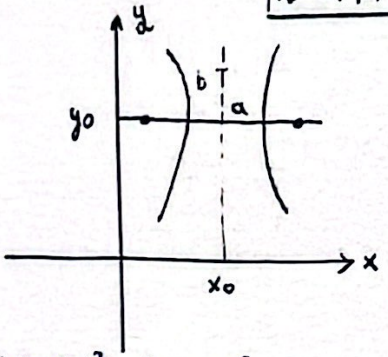
↳ α, β, γ

↳ cos α = (x) / |v| α = arccos

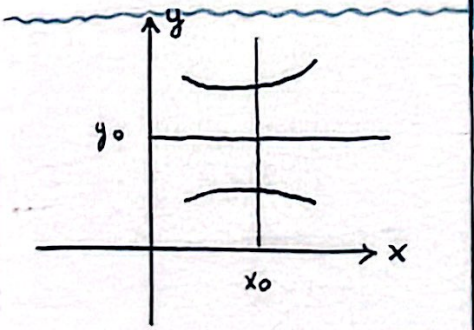
↳ cos β = (y) / |v| "

↳ cos γ = (z) / |v| "

centro (x_0, y_0)



$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2}$



$\frac{(y - y_0)^2}{a^2} - \frac{(x - x_0)^2}{b^2}$

Resumo lista 1

• MÓDULO = $|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ (N)

• DIREÇÃO = $\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x}$; arctg

• DETERMINAR UM VETOR A DE MÓDULO 12, QUE SEJA SIM. ORTOGONAL A VETORES :

↳ FAZ $\begin{cases} y \\ z \end{cases}$ ↳ ISOLA O y

↳ APLICA O y P/ FAZER A REDUZIDA

• Equação PAR. DA RETA que PASSA PELO PONTO E É PARALELA À RETA S :

↳ P = A + T.V (P: PONTO) ↳ a, b, G ⇒ $\vec{V_D}$

↳ V_D DA RETA ↳ x_1, y_1, z_1 ⇒ PONTO

↳ Eq. PARAM

$\begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$

• EQUAÇÃO GERAL DO PLANO DETERMINADO PELOS PONTOS

↳ π: ax + by + cz = d

↳ a, b, G ⇒ $\vec{N}$ ou $\vec{V_D}$

↳ FIXA UM PONTO; B-A, G-A

↳ PROD VET : AB · AC } a, b, G

↳ PEGA O PONTO A E SUBSTITUI NO x, y, z = ACHAR d

• DETERMINAR O W REALIZADO PELA FORÇA RES. SE O PONTO SE DESLOCA DE $\vec{AB}$

↳ $F_R = F_1 + F_2 + \ldots$

↳ B-A ∴ ΔR

↳ W = F. ΔR (J)

• TORQUE

$\vec{\tau} = \vec{w} \cdot \vec{F}$ (N·m)

• DETERMINAR A eq REDUZIDA, SENDO y A VAR IND QUE PASSA PELOS PONTOS A e B

↳ VETOR : B-A

↳ P = A + TV ∴ (P: PONTO A, V: VETOR)

↳ (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + T. (a, b, G)

↳ $\begin{cases} x = my + n \\ z = py + q \end{cases}$ $V_D = (m, 1, p)$

Ponto (n, 0, q)

• EQUAÇÃO GERAL DO PLANO QUE CONTÉM A RETA R e S :

↳ Acha os $\vec{V_D}$ e os Ponto dos vetores

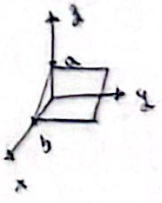
↳ multiplica cada V_D (PROD. VETORIAL)

↳ substitui na eq geral

↳ substitui os ponto da 1ª reta

• REPRESENTAÇÃO GRÁF

↳ z = a x = b



• π_1 // plano y